Р О С С И Й С К А Я А К А Д Е М И Я Н А У К

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

А В Т О М Е Т Р И Я

№ 5 2001

УДК 681.3.06

Ю. Н. Золотухин, А. А. Нестеров

(Новосибирск)

ВЫЧИСЛЕНИЕ НУЛЕЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ В СРЕДЕ MATLAB-SIMULINK

Предложена методика определения нулей нелинейных функций в задачах моделирования и управления динамическими системами.

Необходимость вычисления корней нелинейных уравнений возникает довольно часто. Для решения этой задачи разработаны эффективные численные методы, реализованные и в системе MATLAB [1]. Однако в системах управления задача осложняется необходимостью получения решения в реальном масштабе времени.

В данной работе изложен метод, позволяющий получать решение непосредственно в процессе управления. За основу принят вычислительный процесс Ньютона, в соответствии с которым вычисление корня уравнения

$$F(x)=0 \tag{1}$$

производится путем последовательного вычисления поправок к уже найденному приближению в соответствии с соотношением

$$\Delta x_{k+1} = -F(x_k)\Big/ \left.\frac{dF(x)}{dx}\right|_{x=x_k}. \tag{2}$$

Сходимость метода Ньютона существенно зависит как от нулевого приближения x_0, так и от абсолютного значения производной $\frac{dF(x)}{dx}$ в окрестности искомого решения.

Задача усложняется, если в процессе решения уравнения изменяются его параметры, что характерно для динамических процессов в системах управления. Для устранения указанных неудобств заменим соотношение (2) его дифференциальным аналогом

$$dx = -\left(F(x)\Big/\frac{dF(x)}{dx}\right)dt \tag{3}$$

и решим дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = -kF(x) \Big/ \frac{dF(x)}{dx}. \tag{4}$$

Уравнение (4) – это уравнение с разделяющимися переменными

$$dx \, \frac{dF(x)}{dx} \Big/ F(x) = -kdt, \tag{5}$$

имеющее очевидный интеграл

$$\ln|F(x)| = C - kt. \tag{6}$$

Если положить $x(0) = x_0$, то уравнение (6) дает

$$|F(x(t))| = |F(x_0)| \exp(-kt), \tag{7}$$

т. е. $x(t)$ стремится к решению уравнения (1) экспоненциально по времени с постоянной времени $1/k$. Выбирая коэффициент k, можно регулировать скорость сходимости относительно реального времени.

Уравнение (4) весьма просто реализуется в среде MATLAB-SIMULINK. При этом условием сходимости к решению является требование $\frac{dF(x)}{dx} \neq 0$, т. е. между начальным приближением x_0 и искомым решением не должно быть нулей производной $\frac{dF(x)}{dx}$.

Примером использования предлагаемого метода является вычисление внутреннего угла δ синхронного генератора [2]. Знание этого угла существенно повышает эффективность системы управления возбуждением генератора. Если ввести обозначение $x = \mathrm{tg}\delta$, то задача сводится к решению уравнения

$$F(x) = m_1(t)x\sqrt{1+x^2} + m_2(t)\sqrt{1+x^2} + m_2(t)x^2 + m_3(t)x + m_4(t) = 0 \tag{8}$$

относительно x. В уравнении (8) функции времени $m_i(t)$ определяются через значения токов и напряжений на шинах генератора и имеют периоды колебаний порядка единиц секунд. Уравнение (4) при $k = 100$ позволяет получить значение угла δ с заданной точностью и запаздыванием порядка 0,03 с, т. е. практически в реальном времени.

Эффективность предложенного метода иллюстрирует пример с простым уравнением

$$\mathrm{arctg}x = 0. \tag{9}$$

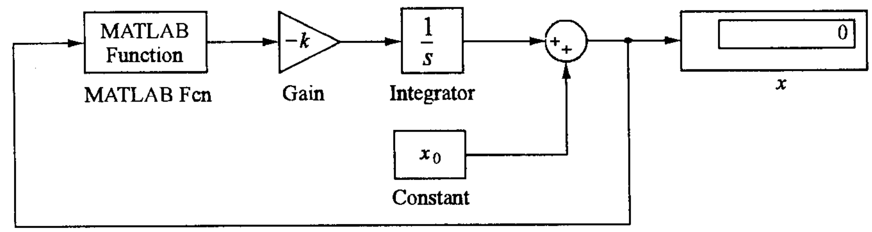

Рис. 1. Схема решения уравнения (4)

Дело в том, что процесс решения уравнения (9) в соответствии с (2) расходится при $|x_0| > 1{,}4$, в то время как процесс решения (9) в соответствии с (4) сходится при любом x_0. На рис. 1 и 2 представлены схема решения в соответствии с (4) и динамика процесса для уравнения (9) при $k = 100$ и $x_0 = 5$ соответственно.

Предложенный метод естественно распространяется на системы уравнений. Если $F(x)$ – n-мерная функция n переменных, то уравнение (4) приобретает векторную форму:

$$\frac{dx}{dt} = -k\mathrm{inv}\left(\frac{\partial F(x)}{\partial x}\right)F(x). \tag{10}$$

Вопросы сходимости решения уравнения (10) к решению уравнения $F(x) = 0$ здесь более сложны. Необходимым условием является существование матрицы $\mathrm{inv}\left(\frac{\partial F(x)}{\partial x}\right)$.

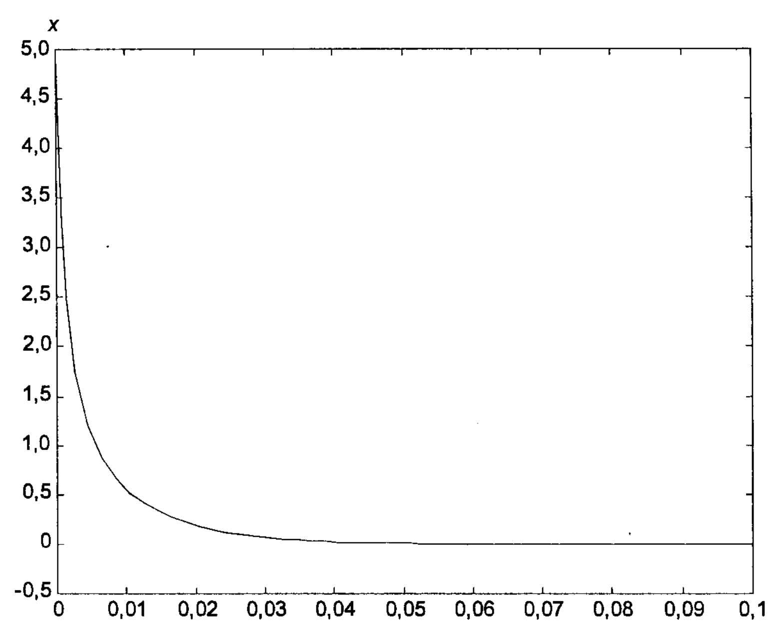

Рис. 2. Динамика решения уравнения (9)

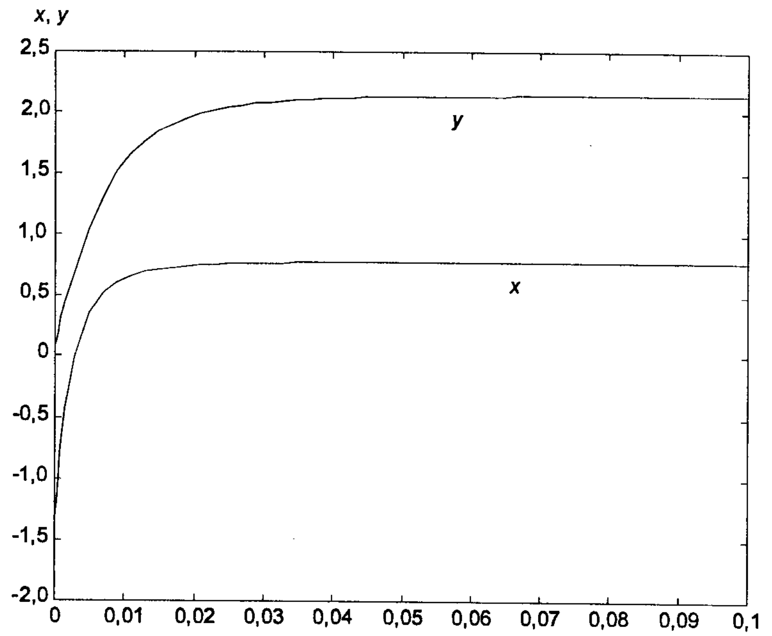

Рис. 3. Динамика решения уравнения (11) при $k = 100, a = 3, b = 3, x_0 = -\frac{\pi}{2}, y_0 = 0{,}001$

На рис. 3 показана динамика получения решения уравнения

$$\sin(x + iy) = a + ib, \tag{11}$$

которое также встречается в задачах управления системами с машинами переменного тока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Мартынов Н. Н., Иванов А. П.** MATLAB 5.x. Вычисления, визуализация, программирование. М.: Кудиц-Образ, 2000.
2. **Андерсон П., Фуад А.** Управление энергосистемами и устойчивость. М.: Энергия, 1980.

Институт автоматики и электрометрии СО РАН,
E-mail: zol@idisys.iae.nsk.su

Поступила в редакцию
13 июля 2001 г.